

Kulmien väliset suhteet

Kouluaste: K8/K9

Sisällys

Kulma 3

Kulmatyypit 4

Nollakulma 4

Terävä kulma 4

Suora kulma 5

Tylppä kulma 5

Oikokulma 6

Kupera kulma 6

Täysikulma 6

Kulmien väliset suhteet 7

Yhtenevät kulmat 7

Ristikulmat 7

Samankohtaiset kulmat 8

Samankohtaiset ulkokulmat (Alternate Exterior Angles) 8

Samankohtaiset sisäkulmat (Alternate Interior Angles) 9

Vieruskulmat 9

Komplementtikulmat 10

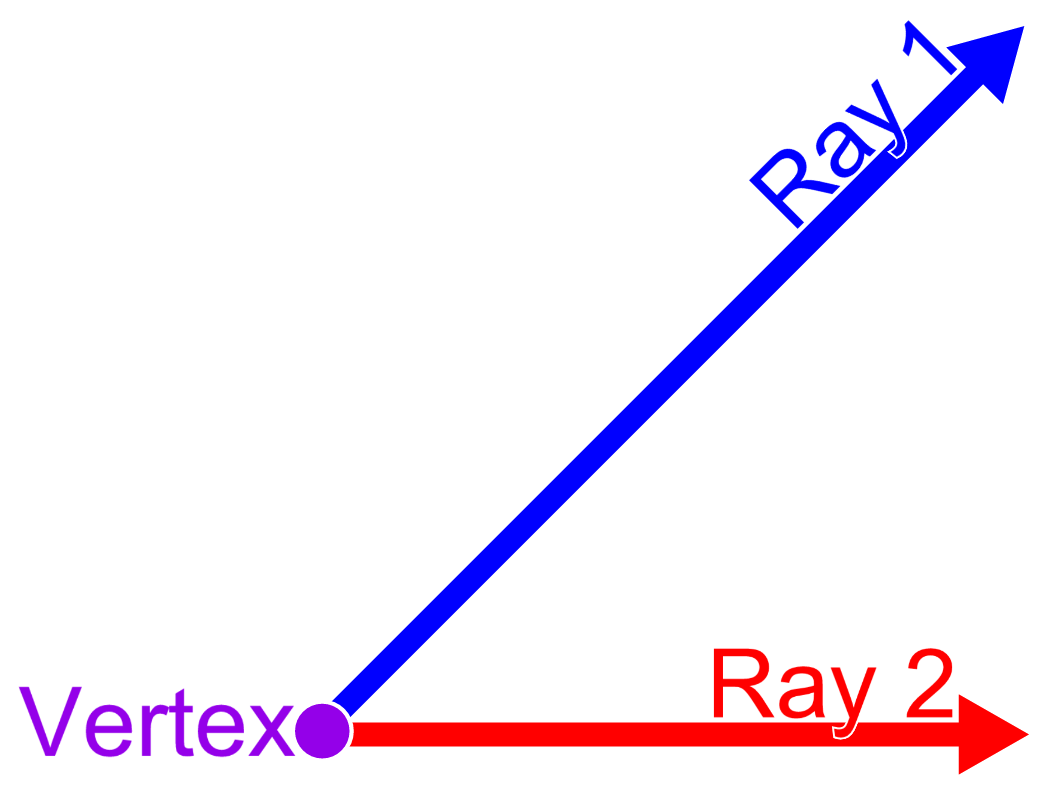
Suplementtikulmat 10

Esimerkkitehtäviä 11

Viitteet 18

# Kulma

Euklidisessa geometriassa kulmalla tarkoitetaan kahden säteen muodostamaa kuviota. Säteillä, jotka toimivat kulman sivuina on yhteinen päätepiste, jota kutsutaan kulman kärkipisteeksi. Kahden säteen muodostamat kulmat sijaitsevat säteiden kanssa samassa tasossa.



**Kulmatyypit**

Matematiikassa yleisesti käytettyjä kulmatyyppejä on seitsemän:

Nollakulma (0° mitassa)

Terävä kulma (0-90° mitassa)

Suora kulma (90° mitassa)

Tylppä kulma (90-180° mitassa)

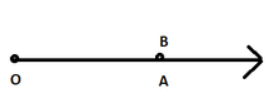
Oikokulma (180° mitassa)

Kupera kulma (180-360° mitassa)

Täyskulma (360° mitassa)

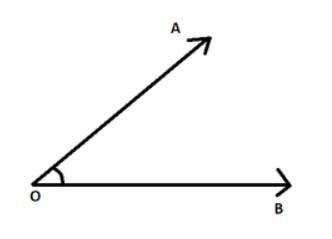
**Nollakulma**

Kulman kaksi sädettä ovat kallistuneet toisiinsa nähden nolla astetta. Säteet ovat limittäin toistensa päällä. Tässä tapauksessa kulman AOB suuruus on nolla astetta.



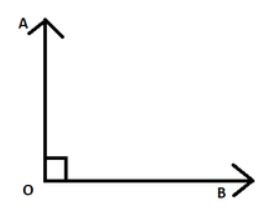
**Terävä kulma**

Mikä tahansa kulma, joka on pienempi kuin 90° on terävä kulma. Jos kaksi sädettä risteävät kärkipisteessä ja niiden muodostama kulma on pienempi kuin 90°, kyseessä on terävä kulma.



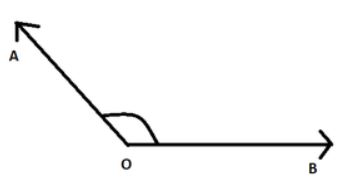
**Suora kulma**

Jos kahden säteen välinen kulma on täsmälleen 90°, sitä kutsutaan suoraksi kulmaksi tai 90° kulmaksi.



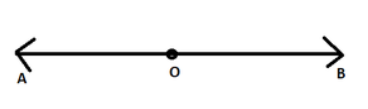
**Tylppä kulma**

Mikä tahansa kulma, joka on suurempi kuin 90° mutta pienempi kuin 180° on tylppä kulma.



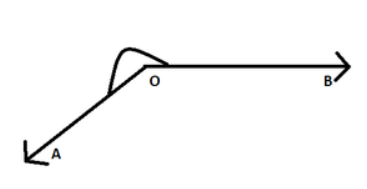
**Oikokulma**

Oikokulma on suora viiva, jossa kahden säteen välinen kulma on täsmälleen 180°. Oikokulmassa kulman säteet ovat vastakkain toisiaan.



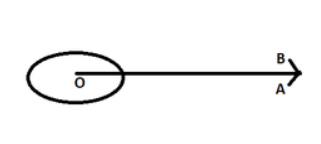
**Kupera kulma**

Kulmaa, joka on suurempi kuin 180° ja pienempi kuin 360° kutsutaan kuperaksi kulmaksi.



**Täysikulma**

Täyskulma (täyskiertokulma) muodostuu, kun yksi kulmanvarsista kiertyy kokonaan ympäri tai tekee 360°:n kierroksen.



# Kulmien väliset suhteet

Asteiden tai radiaanien mittaamisen lisäksi kulmia voidaan myös vertailla. Kulmien suhdetta muihin kulmiin voidaan tarkastella monin eri tavoin. Voidaankin puhua kulmien välisistä suhteista, koska vertailun kohteena on kahden tai useamman kulman välinen sijainti, suuruus ja yhteneväisyys.

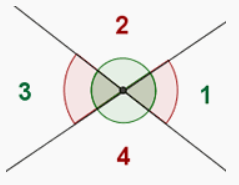
Esimerkiksi kun kaksi suoraa tai suoran osaa leikkaavat toisensa, ne muodostavat ristikulman. Jos taas jokin suora leikkaa kaksi samansuuntaista suoraa, muodostuu monimutkaisia kulmien välisiä suhteita kuten esimerkiksi vieruskulmat, samankohtaiset kulmat ja niin edelleen.

## Yhtenevät kulmat

Kahden kulman sanotaan olevan yhteneviä, jos niiden vastaavat sivut ja kulmat ovat yhtä suuria. Tämän lisäksi kaksi kulmaa ovat yhteneväisiä, jos ne ovat päällekkäin asetettuina yhtä suuria. Toisin sanoen, jos kulmia kääntää ja/tai siirtää, ne ovat yhteneväisiä ja yhtä suuria keskenään. Myös suunnikkaan lävistäjät muodostavat yhtenevät kärkikulmat. Yhtenevät kulmat ovat siis yksinkertaisesti sanottuna kulmia, jotka ovat samansuuruisia.

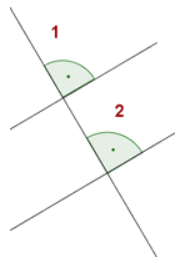
**Ristikulmat**

Kulmat ovat vastakkain toisiaan, kun kaksi suoraa risteää. Kuvassa 1 ja 3 ovat pystysuoria ristikulmia ja ne ovat aina yhtä suuret. Sama koskee myös kulmia 2 ja 4.



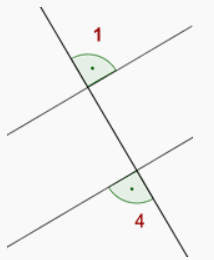
## Samankohtaiset kulmat

Samankohtaiset kulmat ovat kulmia, jotka syntyvät, kun leikkaava suora risteää kahden muun suoran kanssa. Toinen syntyvistä kulmista on sisäinen ja toinen ulkoinen. Syntyvät kulmat ovat yhtä suuria, jos leikkaavan suoran leikkaamat kaksi suoraa ovat yhdensuuntaisia. Kuvassa kulmat 1 ja 2 ovat samankohtaisia. Kulma 1 on ulkoinen ja kulma 2 sisäinen.



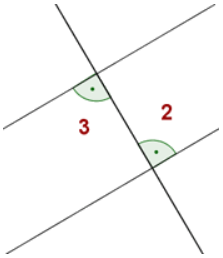
**Samankohtaiset ulkokulmat (Alternate Exterior Angles)**

Samankohtaiset ulkokulmat ovat kulmia, jotka ovat kahden suoran leikkaavan suoran vastakkaisilla puolilla. Molemmat kulmat ovat ulkoisia. Kulmat ovat yhtä suuria, jos leikkaavan suoran leikkaamat kaksi suoraa ovat yhdensuuntaisia. Kuvassa kulmat 1 ja 4 ovat samankohtaisia ulkokulmia.



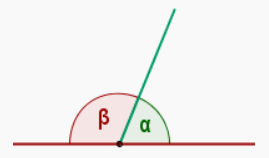
**Samankohtaiset sisäkulmat (Alternate Interior Angles)**

Kulmat, jotka ovat kahden suoran leikkaavan suoran vastakkaisilla puolilla. Molemmat kulmat ovat sisäisiä. Ne ovat yhtä suuret, jos leikkaavan suoran leikkaamat kaksi suoraa ovat yhdensuuntaisia. Kuvassa kulmat 2 ja 3 ovat samankohtaisia sisäkulmia.



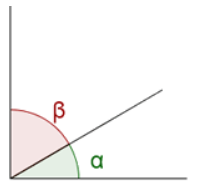
**Vieruskulmat**

Kaksi kulmaa ovat vieruskulmia, jos niillä on yhteinen kärki ja sivu mutta ei yhteisiä sisäpisteitä. Kuvassa α ja β ovat vieruskulmia.



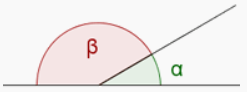
**Komplementtikulmat**

Kahta kulmaa kutsutaan komplementtikulmiksi, kun kulmien summa on 90º. Kuvassa α- ja β-kulmat muodostavat yhdessä suoran kulman.



**Suplementtikulmat**

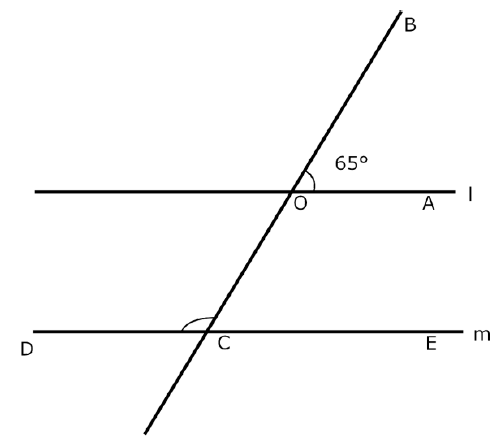
Kaksi kulmaa ovat suplementtikulmia, kun kulmien summa on 180º. Kuvassa α- ja β-kulmat muodostavat yhdessä oikokulman.



**Esimerkkitehtäviä**

**Kulmien väliset suhteet - Lämmittele**

Kuinka suuri on ∠DCO? Älä mittaa kulmia. Suorat l ja m ovat yhdensuuntaisia.

****

Kun kaksi yhdensuuntaista suoraa risteää toisen suoran kanssa (jota sanotaan leikkaavaksi suoraksi), samoissa kohdissa esiintyviä kulmia kutsutaan samankohtaisiksi kulmiksi.

Tässä suora l on yhdensuuntainen suoran m kanssa ja suora BC on näiden kahden yhdensuuntaisen suoran puolittaja.

∠OCE on siis 65°.

Kaksi kulmaa ovat suplementtikulmia, jos niiden summa on 180 astetta.

Tässä tapauksessa ∠DCO ja ∠OCE ovat suplementtikulmia, koska ne molemmat sijaitsevat samassa pisteessä a:n alueella suoran ja leikkaavan suoran muodostamassa pisteessä.

∠DCO + ∠OCE = 180°.

∠DCO + 65° = 180°.

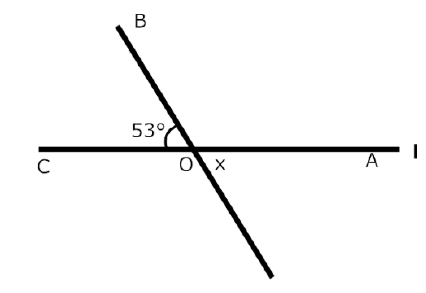
∠DCO = 180° - 65°.

∠DCO = 115°

Vastaus: 115°

**Kulmien väliset suhteet - Try the skill**

Selvitä ∠BXA suuruus. Älä mittaa kulmia.



Tässä suoran l leikkaa toinen suora, joka muodostaa neljä kulmaa pisteeseen O.

Suoran l yläosassa ∠BOC ja ∠BOA ovat suplementtikulmia, jolloin niiden suuruus

on yhteensä 180°.

∠BOC + ∠BOA =180°.

53° + ∠BOA =180°.

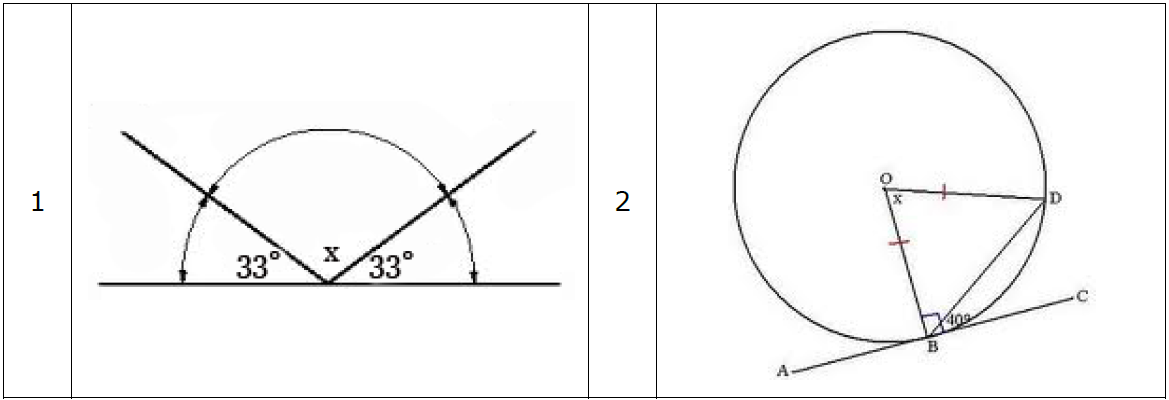
∠BOA =180° - 53°.

∠BOA =127° - ∠BOA =127°

Vastaus: 127°

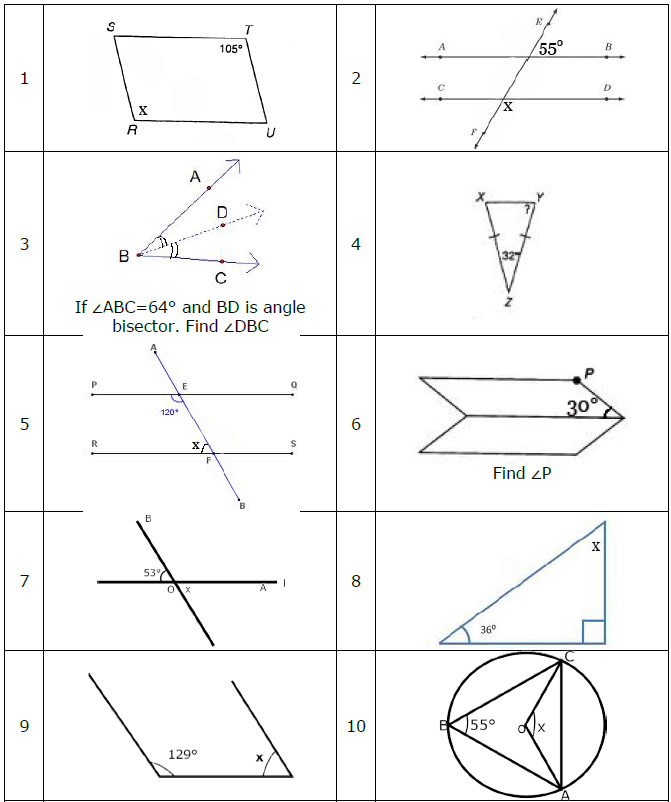
Harjoittele seuraavien tehtävien avulla.

Selvitä ∠x



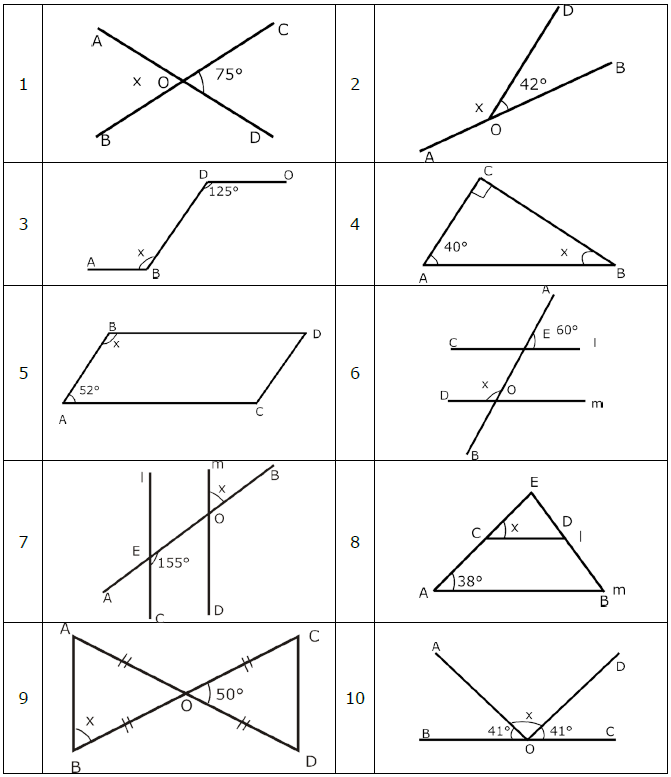
**Kulmien väliset suhteet - Practice the Skill**

Selvitä kulman X suuruus. Älä mittaa kulmia.



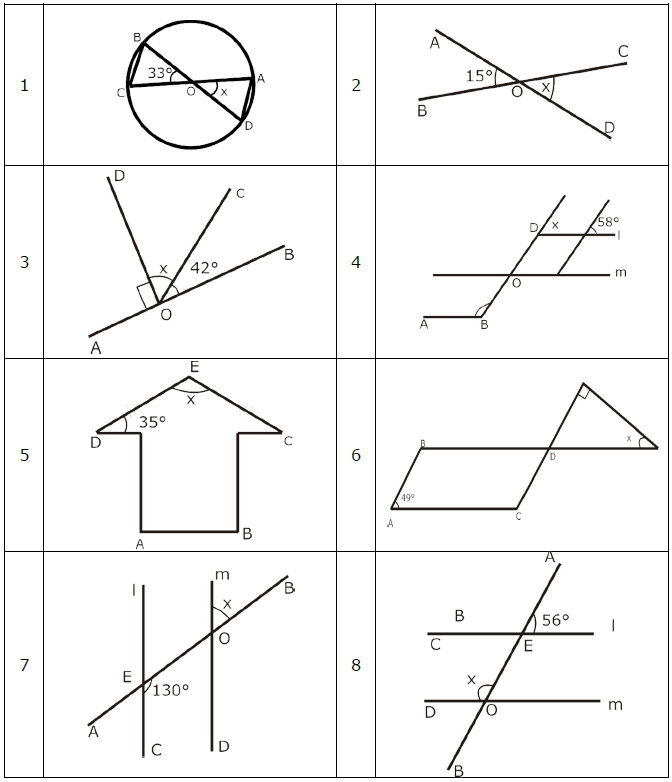
**Kulmien väliset suhteet - Practice the Skill Twice**

Selvitä kulman X suuruus. Älä mittaa kulmia.



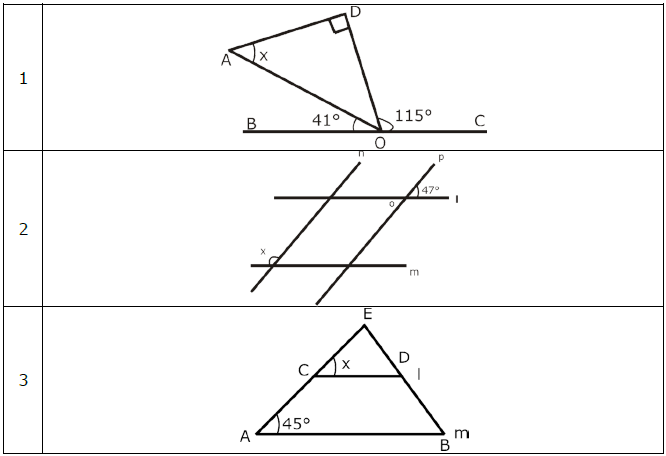
**Kulmien väliset suhteet - Show the Skill**

Selvitä kulman X suuruus. Älä mittaa kulmia.



**Kulmien väliset suhteet – Warm Up**

Selvitän kulman X suuruus. Älä mittaa kulmia.



**Kulmien väliset suhteet - vastaukset**

**Obrázok, na ktorom je text

Automaticky generovaný popis**

**Viitteet**

<https://www.matematica.pt/en/cheatsheet/angles-relationships.php>

<https://www.geeksforgeeks.org/what-are-the-7-different-types-of-angles/>

<https://www.cuemath.com/geometry/types-of-angles/>

<https://www.onlinemath4all.com/angle-relationships.html>

<https://tutors.com/math-tutors/geometry-help/types-of-angle-relationships>

<https://www.easyteacherworksheets.com/>